

第7回「ハミルトン系とその周辺」研究集会

日程：2019年12月19-20日(木-金)

場所：京都大学百周年時計台記念館国際交流ホールI

世話人：柴山允瑠，矢ヶ崎一幸

12月19日(木)

12:55-13:00 開会の挨拶

13:00-13:50 矢ヶ崎一幸(京都大学)

ホモクリニック軌道の存在とカオスおよび分岐：サドル・センターから双曲的サドル，双曲的サドルからサドル・センター，ハミルトン系から反転可能系へ

14:00-14:50 三竹大寿(東京大学)

退化粘性ハミルトン・ヤコビ方程式の弱KAM理論

15:10-16:00 吉野正史(広島大学)

Movable singularity of a Hamiltonian system without a Painlevé property

16:10-17:00 吉田春夫(国立天文台)

特異点解析およびシンプレクティック数値解法からの話題

17:20-18:10 伊藤秀一(首都大学東京/金沢大学)

可積分系の剛性とバーコフ標準形をめぐって

18:45-懇親会(カンフォーラ)

12月20日(金)

9:40-10:30 多羅間大輔(立命館大学)

実半単純 Lie 群上の Mishchenko-Fomenko 測地流について

10:40-11:30 首藤啓(首都大学東京)

馬蹄条件および一様双曲性を満たす2次元保測散乱写像について

11:40-12:30 藤家雪朗(立命館大学)

Double well problem for a system of Schrödinger operators

12:30-14:00 昼食

14:00-14:50 千葉逸人(東北大学)

重み付き射影空間上の可積分系について

15:00-15:50 曾我幸平(慶応大学)

Weak KAM theory for discretized Hamilton-Jacobi equations

16:00-16:50 柴山允瑠(京都大学)

変分法によるポテンシャル系の孤立不変集合のコホモロジーの評価

16:50 閉会の挨拶

概要

矢ヶ崎一幸（京都大学）

ホモクリニック軌道の存在とカオスおよび分岐：サドル・センターから双曲的サドル，双曲型サドルからサドル・センター，ハミルトン系から反転可能系へ

講演者は、これまでに、ハミルトン系に関して、サドル・センター型平衡点のホモ/ヘテロクリニック軌道が存在する場合にカオスが起る条件を求めている。また、双曲的サドル型平衡点に対するホモクリニック軌道の分岐が起る条件も求めている。後者の結果は反転可能系に対して拡張されている。本講演では、これらの結果を概説するとともに、前者については平衡点が双曲的サドルとなる場合や反転可能系へ、後者については平衡点がサドル・センターとなる場合への拡張など、今後の展開の抱負を述べる。

三竹大寿（東京大学）

退化粘性ハミルトン・ヤコビ方程式の弱 KAM 理論

力学系における Aubry-Mather 理論は、偏微分方程式論の粘性解理論を導入することで相互の理論がより明瞭なものとなった。この理論は、Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM) 理論を背景に偏微分方程式論における弱解を利用した理論ということで、弱 KAM 理論と提唱された。講演者は、最適確率制御問題に現れる退化粘性 HJ 方程式と呼ばれるクラスの方程式に適用できるよう、弱 KAM 理論の一般化に取り組んできた。従来の弱 KAM 理論は決定論的な力学系しか扱えないため、新しい道具立てを必要とした。この点を偏微分方程式論から見直すことで決定論及び確率論を統一する枠組みを作ってきた。その応用として、漸近解析（長時間挙動，ディスクウント近似）に利用した。本講演では、これらの結果について概説をして、近年の進展にも少し触れたい。

吉野正史（広島大学）

Movable singularity of a Hamiltonian system without a Painlevé property

この講演では自由度が2のハミルトン系に対して動く特異点を調べる。このようなハミルトン系は半線形波動方程式等で自己相似球対称な特異解を考えるとあらわれる。バーコフ変換の類似と楕円関数を用いて動く分岐点が存在することを示し、特異点の構造を調べる。

吉田春夫（国立天文台）

特異点解析およびシンプレクティック数値解法からの話題

講演では古典的ハミルトン系の研究で重要な2つのトピックに関して、そもそもの動機・実現できた事・そして残念な結果に終わった事などを紹介する。より具体的には

1 ハミルトン系の可積分性の必要条件に関して1983年にデビューした、同次式ポテンシャル系などで自然に定義される「コワレフスカヤ指数」の誕生の経緯とその成果、そしてその後の出来事など。

2 シンプレクティック数値解法を影で操る黒幕「影のハミルトニアン」の発見物語、そしてその後の出来事など。

また時間が許せば、伊藤秀一先生のご退職をお祝いする目的で、かなりプライベートな出来事も個人情報保護に注意を払いながらご披露する。より具体的には

3 先生とのなれそめと蜜月、ETH チューリッヒ滞在時(1986-87)の思い出、そしてその後の出来事など。

伊藤秀一（首都大学東京/金沢大学）

可積分系の剛性とバーコフ標準形をめぐって

Liouville の意味での可積分性は、ハミルトン系の求積可能性を幾何学的に捉えることを可能にする概念で、一般のベクトル場についても、それが対称性（可換なベクトル場の存在）と十分な個数の第一積分を持つ場合に拡張されている。本講演では、この可積分系の特異点近傍での標準化の問題について、ハミルトン系の場合を中心に、可積分性の持つ剛性の観点から論じる。

多羅間大輔（立命館大学）

実半単純 Lie 群上の Mishchenko-Fomenko 測地流について

この講演では、実半単純 Lie 群上の Mishchenko と Fomenko によって導入された左不変計量に関する測地流の、可積分性と平衡点の安定性について T. Ratiu 氏との共同研究に基づき議論する。特に、Bolsinov と Oshemkov によって導入された双 Hamilton 系に対する手法を用いて、可積分性と平衡点の安定性について調べる。主結果として、一般の随伴軌道上の孤立平衡点の安定性が、左不変計量を定める Cartan 部分環のルート系のタイプによる記述についてお話しする。

首藤啓（首都大学東京）

馬蹄条件および一様双曲性を満たす 2 次元保測散乱写像について

Gauss 型（もしくは Lorentzian 型）関数をポテンシャルにもつある 2 次元保測散乱写像が位相的馬蹄かつ一様双曲性を満たすことを示す。ポテンシャルが解析的であることから、対応する量子系には回折や後方散乱といった制御の困難な量子効果が誘起されず、また、十分遠方で自然な境界条件（自由運動に漸近）を満たすことから、いわゆるフラクタルワイル則の数値的検証の良いモデルとなる。

藤家雪朗（立命館大学）

Double well problem for a system of Schrödinger operators

We study the asymptotic distribution of eigenvalues in the semiclassical limit $\hbar \rightarrow 0$ at a fixed energy $E_0 \in \mathbb{R}$ of a 2×2 matrix-valued differential operator whose diagonal part consists of Schrödinger operators $P_j = -\hbar^2 \Delta + V_j(x)$, $j = 1, 2$ and the anti-diagonal parts are small interactions of order \hbar . We assume that both V_1 and V_2 have a simple well near E_0 so that the eigenvalues there of the scalar operators P_1 and P_2 are subject to the Bohr-Sommerfeld quantization rule associated with the characteristic curves $\Gamma_j = \{(x, \xi); \xi^2 + V_j(x) = E\}$.

In this talk, we consider the case where Γ_1 and Γ_2 intersect transversally. In particular, we will give the asymptotics of the “eigenvalue splitting” in the symmetric case caused by the interaction at the crossings.

千葉逸人（東北大学）

重み付き射影空間上の可積分系について

重み付き射影空間と力学系理論を用いた可積分系、とくにパンルヴェ方程式の解析について話す。可積分性やパンルヴェ性などをウェイト（重み）の幾何から導出する。

曾我幸平（慶応大学）

Weak KAM theory for discretized Hamilton-Jacobi equations

Albert Fathi 氏が weak KAM 理論を提唱した後、それに類似した理論が標準的な Hamilton/Lagrange 力学系および Hamilton-Jacobi 方程式以外に対して整備されてきた。例えば、

- discrete weak KAM theory (ある離散関数方程式)
- discounted weak KAM theory (速度に比例する摩擦項のある Hamilton/Lagrange 力学系)
- elliptic/parabolic weak KAM theory (楕円型/放物型 Hamilton-Jacobi 方程式)
- contact weak KAM (より一般の散逸構造を有する Hamilton 力学系)

などが良く知られている。本講演では、標準的な Hamilton-Jacobi 方程式を離散化した差分方程式に対して、weak KAM 理論と類似の議論を展開し、離散パラメーターを 0 にする極限で weak KAM 理論を復元する。ここでは、Hamilton/Lagrange 力学系に対応するものはあるランダムウォークであり、その確率測度が重要な役割を果たす。

柴山允瑠（京都大学）

変分法によるポテンシャル系の孤立不変集合のコホモロジーの評価

Conley や Easton は位相幾何学的な手法の導入により、力学系の孤立不変集合の存在や位相的な性質を研究し、その理論は近年まで大きく発展してきた。本講演では、変分法により孤立近傍の境界から境界に達する軌道の存在を証明し、それによりその内部に含まれる孤立不変集合のコホモロジーの評価を与える。